Morison 公式(Morison equation)

Morison(1950)將因波動引起的流體力分成，受結構物背後的渦引起抗力 dF_D，和因壓力梯度引起的力及因圓柱存在導致圓柱周圍流體產生加速度引起假想質量力(附加質量力)之和 dF_I 等 2 部分表示，本公式只能適用於 D<0.2L 的小口徑圓柱。線上即時計算可參考波浪公式集。

$$dF_T = dF_D + dF_I \tag{1}$$

$$dF_D = C_D \rho \frac{|u|}{2} u D \, dz \tag{2}$$

$$dF_I = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} dz \tag{3}$$

dF_D 是因定常流引起抗力，C_D 稱為抗力係數。dF_I 為受壓力梯度引起的質量力及因圓柱存在導致圓柱周圍流體產生加速度引起附加質量力的和，2 者均為與加速度成正比例的力，通常以下式表示

$$dF_I = (C_P + C_v)\rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} dz \tag{4}$$

上式第 1 項為圓柱單位長度所受壓力梯度引起的質量力，C_P 為其係數，依速度勢理論應等於 1。第 2 項為附加質量力，C_V 為其係數。附加質量係指流體加速或減速時，會將物體周圍部份流體變成類似物體的一部份，即慣性的意思。令

$$C_M = 1 + C_v \tag{5}$$

C_M 稱為質量係數或慣性係數，dF_I 稱為質量力，對圓柱，依速度勢理論 C_V 亦等於 1，即 C_M 等於 2。

使用 Morison 公式，最大問題在於如何決定 C_D 及 C_M 值，以往均利用實驗推算。若波動為簡諧波，dF_T 為

$$dF_T = dF_D + dF_I$$

(6)

$$= \left\{ \frac{1}{2} C_D \rho D u_m^2 |\sin\sigma| \sin\sigma t + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{max} \cos\sigma t \right\} dz$$

由上式可知，當水粒子速度為最大的相位時$dF_I = 0$，此時由測得的正向力可求得抗力係數C_D。當水粒子加速度為最大的相位時$dF_D = 0$，可求得質量係數C_M。

以往學者均將C_D以 Reynold 數R_e及結構物形狀的函數表示，當R_e數大（$R_e > 10^4$）時會趨近某一定值，但是發現C_D值與R_e數間的關係非常分散。Keulegan-Carpenter 認為抗力及質量力係數除受R_e數支配外，可能尚有其他因素存在，發現受 KC 數影響亦很大。Sarpakaya 亦証實C_D及C_M數均受 KC 數影響，然而至目前為止，各學者得到實驗結果不太一致。

(1)式中，dF_D及$d'F_I$到底各對dF_T占有多少比例，是一件難題，至今無正確解答。採用微小振幅波理論，令圓柱圓心在 x= 0，假定C_D及C_M不隨水深方向發生變化，則全波力可以下式表示，

2011 埃及尼羅河之旅

$$F_T = \int_{-h}^{\zeta} dF_T = \rho g \frac{C_D D}{2} \cdot \frac{a^2 kh \cos\sigma t |\cos\sigma t|}{\sinh 2kh} \left(\frac{1}{2kh} \sinh 2kh + 1 \right)$$

(7)

$$- \rho g \frac{C_M \pi D^2}{4} \cdot a \sin\sigma t \tanh kh$$

a 為入射波振幅。

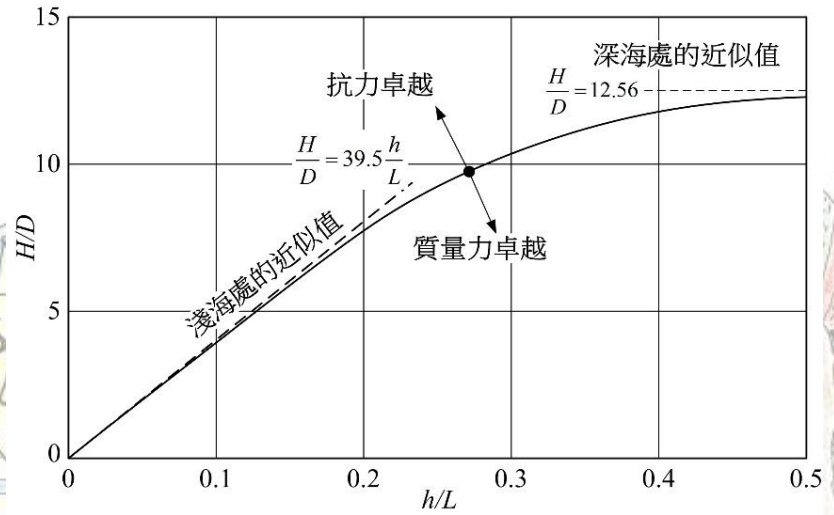
上式中，當 a/L<< 1，下列關係存在時，第 1 項與第 2 項的比會等於 1。

$$\frac{H}{D} = \frac{C_M}{C_D (h/L)} \cdot \frac{\sinh^2 kh}{1 + [\sinh 2kh / 2kh]}$$

(8)

但 H=2a

載滿貨品的騙子
阿拉丁神燈



質量力與抗力的比例(Dean，1964)

Dean 假定 $C_D = 1$，$C_M = 2$，為一定不變時，得如圖上所示結果，當 h/L 大而 H/D 小時，質量力所占比例較大，反之則抗力卓越。

載滿珠寶的駱駝

2011 埃及尼羅河之旅

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈